

1. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

สำหรับแต่ละค่าของเลขชี้กำลัง x ที่มี a^x เป็นจำนวนจริง จะมีค่า a^x ค่าเดียวเสมอ นั่นคือ

$$\text{เมื่อ } x \text{ และ } y \text{ เป็นจำนวนเต็มซึ่ง } x=y \text{ และมี } a^x \text{ จะได้ } a^x = a^y$$

ในกรณีที่ x, y เป็นจำนวนตรรกยะเรายังคงต้องการให้มีสมบัติตามนี้ด้วย จึงถือเป็นข้อตกลงเบื้องต้นสำหรับใช้ต่อไป

สำหรับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะที่จะกล่าวต่อไปนี้จะให้นิยามของเลขยกกำลัง โดยอาศัยความหมายของรากที่ n ของ a เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ซึ่งก่อนจะกล่าวถึงเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะใดๆ จะให้นิยามเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น $\frac{1}{n}$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกก่อนดังนี้

$$\text{บทนิยาม} \quad \text{เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนจริง } n \text{ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า } 1 \text{ และ } a \text{ มีรากที่ } n \text{ แล้ว } a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\text{บทนิยาม} \quad \text{ให้ } a \text{ เป็นจำนวนจริง } p, q \text{ เป็นจำนวนเต็มที่ } (p, q) = 1, q > 0 \text{ และ } a^{\frac{1}{q}} \in R$$

โดยเมื่อ $p < 0$ แล้ว a ต้องไม่เป็น 0

$$a^{\frac{p}{q}} = (a^{\frac{1}{q}})^p$$

ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ q และ p เป็นจำนวนเต็ม ที่ทำให้ a^p เป็นจำนวนจริง จะได้ a^p มีรากที่ q

ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้า m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^m และ a^n เป็นจำนวนจริงแล้ว

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

ทฤษฎีบทที่ 3 ถ้า m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^m และ a^n เป็นจำนวนจริงแล้ว

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

ทฤษฎีบทที่ 4 ถ้า n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a, b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^n และ b^n เป็นจำนวนจริงแล้ว

$$(ab)^n = a^n b^n$$

ทฤษฎีบทที่ 5 ถ้า n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a, b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง

และ $b \neq 0$ แล้ว

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

ทฤษฎีบทที่ 6 ให้ m, n เป็นจำนวนตรรกยะและ a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 ซึ่งทำให้ a^m และ a^n เป็นจำนวนจริงแล้ว

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงทำ $(27a^3)^{\frac{1}{6}}$ เป็นรูปอย่างง่าย

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (27a^3)^{\frac{1}{6}} &= (27)^{\frac{1}{6}} (a^3)^{\frac{1}{6}} \\ &= (3^3)^{\frac{1}{6}} (a^3)^{\frac{1}{6}} \\ &= 3^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \\ &= (3a)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงทำ $\frac{(8xy^2)^{\frac{1}{3}}}{(16x^2y^2)^{\frac{1}{4}}}$ เป็นรูปอย่างง่าย เมื่อ $x > 0$, $y > 0$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{(8xy^2)^{\frac{1}{3}}}{(16x^2y^2)^{\frac{1}{4}}} &= \frac{8^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}}{16^{\frac{1}{4}} x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{(2^3)^{\frac{1}{3}} x^{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)} y^{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)}}{(2^4)^{\frac{1}{4}}} \\ &= (x^{-\frac{1}{6}})(y^{\frac{1}{6}}) \\ &= \frac{y^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{6}}} \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{6}} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย $\left(\frac{2a^2y^{-4}}{5z^{-3}}\right)^{-4}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \left(\frac{2a^2y^{-4}}{5z^{-3}}\right)^{-4} &= \frac{(2a^2y^{-4})^{-4}}{(5z^{-3})^{-4}} \\ &= \frac{2^{-4} a^{-8} y^{16}}{5^{-4} z^{12}} \\ &= \frac{5^4 y^{16}}{2^4 a^8 z^{12}} = \frac{625 y^{16}}{16 a^8 z^{12}} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย $\frac{7^{n+2} - 35 \times 7^{n-1}}{7^n \times 11}$

วิธีทำ $\frac{7^{n+2} - 35 \times 7^{n-1}}{7^n \times 11} = \frac{7^n \times 7^2 - 5 \times 7 \times 7^{n-1}}{7^n \times 11}$

$$= \frac{7^n \times 7^2 - 5 \times 7^n}{7^n \times 11}$$

$$= \frac{7^n(7^2 - 5)}{7^n \times 11}$$

$$= \frac{49 - 5}{11}$$

$$= 4 \qquad \text{ตอบ}$$

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงทำให้เป็นรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นบวก

1.1 $4^2 \cdot 2^{-5}$

.....

.....

.....

.....

1.2 $(21)^2 \left(\frac{7}{3}\right)^{-3}$

.....

.....

.....

.....

.....

2. ถ้า $x > 0$, $x \neq 0$, m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าจริงหรือเท็จ

..... 2.1 $\frac{1}{x^m} \cdot \frac{1}{x^n} = x^{m-n}$

.....2.2 $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

.....2.3 $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$

.....2.4 $x^m + x^n = x^{m+n}$

.....2.5 ถ้า $\frac{x^m}{x^n} = x^0$ แล้ว x^n เป็นอินเวอร์สการคูณของ x^m

.....2.6 ถ้า $\frac{x^m}{x^n} = x^p$ จะได้ $m - n - p = 0$

3. จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

3.1 $(a^{-5}b^7)(a^{-2}b^{-7}c^0)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 $(\frac{1}{2}x^{-3}y^2)^{-4}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.3 \quad \left(\frac{x^{-5}y^4}{x^2y^{-2}}\right)^2 \left(\frac{x^4y^{-5}}{x^3y^{-7}}\right)^{-3}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.4 \quad \frac{(3x^{n+1})^2}{x^{2(n+1)}} \cdot \frac{x^{-n}}{(x^{-n})^3}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.5 \quad \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. รากที่ n ของจำนวนจริง

บทนิยาม ให้ x, y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$

รากที่ n ของ x แยกพิจารณาตามจำนวนเต็มบวก n ว่าเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ และเปรียบเทียบกันได้ ดังนี้

n เป็นจำนวนคู่	n เป็นจำนวนคี่
1. รากที่ n ของ x จะหาค่าได้ก็ต่อเมื่อ $x \geq 0$ เท่านั้น 2. ถ้า $x=0$ แล้วรากที่ n ของ x คือ 0 3. ถ้า $x > 0$ แล้วรากที่ n ของ x จะมี 2 จำนวน จำนวนหนึ่งเป็นบวก และอีกจำนวนหนึ่งเป็นลบ 4. ถ้า $x < 0$ แล้ว ไม่สามารถหารากที่ n ของ x ได้ ในระบบจำนวนจริง	1. รากที่ n ของ x จะหาค่าได้เสมอ สำหรับจำนวนจริงทุกจำนวน 2. ถ้า $x = 0$ แล้วรากที่ n ของ x คือ 0 3. ถ้า $x > 0$ แล้ว รากที่ n ของ x จะมีเพียงจำนวนเดียว และเป็นจำนวนจริงบวก 4. ถ้า $x < 0$ แล้ว รากที่ n ของ x จะมีเพียงจำนวนเดียว และเป็นจำนวนลบ

ตัวอย่างที่ 5

- | | |
|--|---------------------------------------|
| (1) รากที่ 4 ของ 16 คือ 2 และ -2 | เพราะว่า $2^4 = 16$ และ $(-2)^4 = 16$ |
| (2) รากที่ 3 ของ -343 คือ -7 | เพราะว่า $(-7)^3 = -343$ |
| (3) รากที่ 5 ของ 243 คือ 3 | เพราะว่า $3^5 = 243$ |
| (4) รากที่ 6 ของ 0 คือ 0 | เพราะว่า $0^5 = 0$ |
| (5) รากที่ 7 ของ 5 คือ $\sqrt[7]{5}$ | เพราะว่า $(\sqrt[7]{5})^7 = 5$ |
| (6) รากที่ 4 ของ -81 ในระบบจำนวนจริง ไม่มี | |
| (7) 3 เป็นรากที่ 4 ของ 81 เพราะ ว่า $3^4 = 81$ | |
| (8) รากที่ 3 ของ -7 คือ $\sqrt[3]{-7}$ หรือ $-\sqrt[3]{7}$ | |

ค่าหลักของรากที่ n

บทนิยาม ให้ x เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n จำนวนจริง y จะมีค่าหลักของรากที่ n ของ x ต่อเมื่อ

1. y เป็นรากที่ n ของ x

2. $yx \geq 0$

แทนค่าหลักของรากที่ n ของ x ด้วย $\sqrt[n]{x}$

สมบัติของรากที่ n

ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้า x และ y มีรากที่ n แล้ว $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$

ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้า x และ y มีรากที่ n และ $y \neq 0$ แล้ว $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$

หมายเหตุ

1. ถ้า $x < 0$ และ $y < 0$ ตามทฤษฎีบท จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ n เป็นจำนวนคี่บวกเท่านั้น

2. ถ้า $x \in \mathbb{R}$, n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1

ก. $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

ข. $\sqrt[n]{x^n} = x$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

เช่น $\sqrt[8]{(-2)^8} = |-2| = 2$

$$\sqrt[9]{(-2)^9} = -2$$

3. การบวกและการลบของจำนวนที่ติดกัน

ตัวอย่างที่ 6 จงหาค่าของ $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3} &= \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{3} \\
 &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} \\
 &= (2 + 3 - 1)\sqrt{3} \\
 &= 4\sqrt{3} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

ให้ทำเองที่ 1 จงหาค่าของ $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ให้ทำเองที่ 2 จงหาค่าของ $3\sqrt{20} + 2\sqrt{18} - \sqrt{45} + \sqrt{8}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ให้ทำเองที่ 3 จงหาค่าของ $\sqrt{18} + \sqrt[3]{128} + \sqrt{8} - \sqrt[3]{54}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์

ในการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ถ้าอันดับของกรณฑ์ไม่เท่ากันต้องทำให้อันดับกรณฑ์เท่ากันเสียก่อน จึงคูณหรือหารกันได้ และใช้ทฤษฎีของกรณฑ์เมื่อ $x > 0$ และ $y > 0$ ดังนี้

$$1. \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy} \quad \text{และ} \quad \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{xy}$$

$$2. \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}} \quad \text{และ} \quad \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}} = \sqrt[3]{\frac{x}{y}}$$

ตัวอย่างที่ 7

$$1. \sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{7 \times 5} = \sqrt{35}$$

$$2. \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2 \times 3} = \sqrt[3]{6}$$

ตัวอย่างที่ 8 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $(3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$

วิธีทำ เนื่องจาก $(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$

$$\text{ให้ } a = 3\sqrt{5}, b = 7\sqrt{2}, c = \sqrt{5}, d = 3\sqrt{2}$$

$$\text{จะได้ } (3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = 15 - 9\sqrt{10} + 7\sqrt{10} - 42$$

$$= -27 - 2\sqrt{10} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 9 จงหาค่าของ $(3\sqrt[3]{5})(4\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{7})$

$$\text{วิธีทำ} = (3 \times 4 \times 1)(\sqrt[3]{5 \times 2 \times 7})$$

$$= 12\sqrt[3]{70} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 10 จงหาค่าของ $(3\sqrt{10} + 4\sqrt{7})(\sqrt{10} + \sqrt{7})$

วิธีทำ $(3\sqrt{10} + 4\sqrt{7})(\sqrt{10} + \sqrt{7}) = 3\sqrt{10 \times 10} + 3\sqrt{70} + 4\sqrt{70} + 4\sqrt{7 \times 7}$
 $= 30 + 7\sqrt{70} + 28$
 $= 58 + 7\sqrt{70}$ **ตอบ**

ให้ทำเองที่ 4 จงหาค่าของ $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

.....

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1.1 $\sqrt{8x^2}$

.....

1.2 $\frac{3}{\sqrt[3]{-27}}$

.....

1.3 $\sqrt[3]{8y^6}$

.....

.....

.....

.....

1.4 $\sqrt{\frac{8a^4}{81}}$

.....

.....

.....

.....

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปส่วนไม่ติดกรณฑ์

2.1 $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{15}}$

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $\sqrt{\frac{5a}{2b}}$

.....

.....

.....

.....

.....

$$2.3 \quad \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{6}{5}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงทำผลคูณต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$3.1 \quad \sqrt[3]{2a^2} \cdot \sqrt[3]{4a}$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.2 \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{12}$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.3 \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{27}$$

.....

.....

.....

.....

$$3.4 \quad \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}$$

4. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

4.1 $3\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{32}$

4.2 $3\sqrt{5}(\sqrt{10} + 2\sqrt{5})$

4.3 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

.....

.....

.....

.....

.....

$$4.4 \quad (\sqrt{5} - 2)(2\sqrt{5} - 1)$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$4.5 \quad (2\sqrt{3} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7})$$

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างที่ 11 จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3} &= \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} - \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= (2 + 3 - 1)\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 12 จงหาค่าของ $5 \sqrt[3]{2} \times 7\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 5 \sqrt[3]{2} \times 7 \sqrt{3} &= 5 (2)^{\frac{1}{3}} \times 7 (3)^{\frac{1}{2}} \\
 &= 5 (2)^{\frac{1}{3} \times \frac{2}{2}} \times 7 (3)^{\frac{1}{2} \times \frac{3}{3}} \\
 &= 5 (2)^{\frac{2}{6}} \times 7 (3)^{\frac{3}{6}} \\
 &= 5 (2^2)^{\frac{1}{6}} \times 7 (3^3)^{\frac{1}{6}} \\
 &= 35 (4 \times 27)^{\frac{1}{6}} \\
 &= 35 \sqrt[6]{108} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 13 จงทำ $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ให้ตัวส่วนอยู่ในรูปไม่ติดกรณฑ์

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} &= \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \\
 &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} \\
 &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 14 จงหาร $\frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{3} - 1}$ ด้วย $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2}$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{3} - 1} \div \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2} &= \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{5} - 2}{2 + \sqrt{3}} \\
 &= \frac{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{3} - 1)(2 + \sqrt{3})} \\
 &= \frac{5 - 4}{2\sqrt{3} + 3 - 2 - \sqrt{3}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \\
 &= \frac{\sqrt{3} - 1}{3 - 1} \\
 &= \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1.1 $27^{\frac{2}{3}}$

.....

.....

.....

.....

1.2 $16^{-\frac{1}{4}}$

.....

.....

.....

.....

1.3 $(0.027)^{\frac{2}{3}}$

.....

.....

.....

.....

1.4 $(\frac{1}{125})^{\frac{2}{3}}$

.....

.....

.....

.....

$$1.5 \left(\frac{27a^3}{b^6} \right)^{\frac{2}{3}} ..$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.6 \left(\frac{b^{-2}x^3}{b^{-3}x^{-6}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.7 \left(\frac{x^{-2}y^3}{8x^4y^{-5}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.8 \quad \left(\frac{(x^{\frac{1}{2}}y^{-3}z^2)^6}{(x^5y^3z^{\frac{1}{4}})^{12}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.9 \quad (x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.10 \quad (w^{\frac{2}{3}} - w^{-\frac{2}{3}})^2$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

2.1 $5\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{108}$

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $3\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt[4]{64}$

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 $\sqrt{4x^3} - \sqrt{16x^5} + \sqrt{x^9}$

.....

.....

.....

.....

.....

$$2.4 \quad 2x\sqrt{\frac{5}{x}} - 3\sqrt{5x} + 5\sqrt{\frac{x}{5}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$2.5 \quad \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - 3\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} + \frac{5\sqrt{x^2-1}}{x^2-1}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้ตัวส่วนอยู่ในรูปที่ไม่ติดกรณฑ์

$$3.1 \quad \frac{1}{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

3.2
$$\frac{10\sqrt{6} - 2\sqrt{7}}{3\sqrt{6} + 2\sqrt{7}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.3
$$\frac{2\sqrt{a}}{5\sqrt{a} - 3\sqrt{x}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.4
$$\frac{4}{2 + \sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

4.1 $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.2 $\frac{4(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-1} - \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.3
$$\frac{7+\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}} - \frac{7-\sqrt{5}}{7+\sqrt{5}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาค่ากำลังสองของจำนวนต่อไปนี้

5.1
$$\sqrt{p+q} + \sqrt{p-q}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.2
$$\sqrt{2x-1} + 2\sqrt{x+3}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.3 $\sqrt{3x-5} - \sqrt{2x+1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. กำหนดให้ $\sqrt{2} \approx 1.41421$, $\sqrt{3} \approx 1.73205$, $\sqrt{5} \approx 2.23607$ และ $\sqrt{6} \approx 2.44949$
จงหาค่าประมาณของจำนวนต่อไปนี้ให้ถูกต้องถึงตำแหน่งที่ 4

6.1 $\frac{5\sqrt{3} - 3}{5\sqrt{2} + 3}$

.....

.....

.....

.....

.....

6.2 $\frac{5+2\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.3 $\frac{7\sqrt{3} - 5\sqrt{2}}{\sqrt{48} + \sqrt{18}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย

1. ถ้า $x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$ และ $y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$ แล้วลหุคูณค่าของ $x^2 - 4xy + y^2$ จะมีค่าเท่ากับ
- ก. -2 ข. -4 ค. -6 ง. 30 จ. 34
2. รูปอย่างง่าย และมีเลขชี้กำลังเป็นบวกของค่าต่อไปนี้ เป็นเท่าใด $\frac{2(2^{2n+3}) - 24(2^{2(n-1)})}{10(2^n)^2}$
- ก. $\frac{8-3^{2n}}{5}$ ข. 4 ค. 1 ง. $\frac{2 \cdot 2^{2n}}{2^{n^2}}$ จ. $\frac{2^{2n}}{2^n}$
3. ค่าของ y ของสมการ $\sqrt{y-2} + \sqrt{2y-5} + \sqrt{y+2} + 3\sqrt{2y-5} = 7\sqrt{2}$ มีค่าเท่ากับค่า y ของสมการข้อใดข้างล่างนี้
- ก. $2y + 5 = 35$ ข. $3y + 2 = 14$ ค. $4y + 3 = 39$
 ง. $2y - 5 = 35$ จ. $-2y - 7 = 1$
4. ค่า x ที่ทำให้สมการ $3^{x+2} = 243$ เป็นจริง คือค่า x ที่ได้จากสมการ
- ก. $(x+5)^{\frac{1}{3}} - 2 = 0$ ข. $(x+4)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0$ ค. $(x+1)^{\frac{1}{2}} - 3 = 0$
 ง. $(2x+1)^{\frac{1}{2}} - 3 = 0$ จ. $(5x+6)^{\frac{1}{2}} - 4 = 0$
5. ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก และ m, n, p เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วข้อความในข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
- $\frac{a^m}{a^{-n}} = a^{m-n}$
 - ถ้า $\frac{a^m}{a^n} = a^p$ แล้ว $m-n-p = 0$
 - ถ้า $a^m - a^n = 0$ แล้ว m เป็นอินเวอร์สการคูณของ n
 - ถ้า $\frac{a^m}{a^n} = 1$ แล้ว a^n เป็นอินเวอร์สการคูณของ a^m

6. ค่า x ของสมการ $5^x - 5^{x-2} = 120\sqrt{5}$ อยู่ในช่วงใด
1. $[0, 2]$
 2. $[3, 5]$
 3. $[6, 8]$
 4. $[9, 11]$
7. เซตคำตอบของสมการ $(\frac{1}{2})^{x^2+2x+8} < (\frac{1}{4})^{x+12}$ เท่ากับเซตคำตอบของสมการในข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{x} - \frac{1}{4} > 0$
 2. $\frac{1}{x} - \frac{1}{4} < 0$
 3. $\frac{x-4}{x+4} > 0$
 4. $x^2 + 3x - 4 < 0$
8. ค่า x ที่สอดคล้องกับสมการ $6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2^{5x+1}$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้
1. $[-2, -\frac{3}{4}]$
 2. $(-\frac{3}{4}, 0]$
 3. $[0, \frac{7}{8}]$
 4. $(\frac{7}{8}, \frac{3}{2}]$
9. ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (\frac{2}{3})^{x(1-x)} > \frac{9}{4}\}$ แล้วเซต B เป็นช่วงใดในข้อใดต่อไปนี้ที่ทำให้ $B \cap A' = \emptyset$
1. $(-2, -1)$
 2. $(-1, 0)$
 3. $(0, 1)$
 4. $(1, 2)$
10. เซตคำตอบของสมการ $2^{x^2(x-3)} < 8^{\frac{2}{3}-x}$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้
1. $(1, \infty)$
 2. $(-2, 100)$
 3. $(-10, 10)$
 4. $(-\infty, 2)$
11. เซตคำตอบของสมการ $4 \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 2^{2x} = 13 \cdot 6^x$ เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้
1. $[-4, 0]$
 2. $[-3, 1]$
 3. $[-2, 2]$
 4. $[1, 3]$